

Таблица – значения коэффициентов ξ_1 и ξ_2

φ_1	$u = 3,5$		$u = 4$		$u = 4,5$		$u = 5$	
	ξ_1	ξ_2	ξ_1	ξ_2	ξ_1	ξ_2	ξ_1	ξ_2
0,3	0,9858	0,5323	0,9221	0,4657	0,8694	0,4140	0,8248	0,3726
0,4	0,8537	0,4610	0,7986	0,4033	0,7529	0,3549	0,7143	0,3227
0,5	0,7636	0,4123	0,7143	0,3608	0,6734	0,3209	0,6389	0,2886
0,6	0,6971	0,3764	0,6520	0,3293	0,6148	0,2927	0,5832	0,2635
0,7	0,6454	0,3485	0,6037	0,3049	0,5691	0,2710	0,5399	0,2439
0,8	0,6037	0,3260	0,5647	0,2852	0,5324	0,2535	0,5051	0,2282
0,9	0,5692	0,3073	0,5324	0,2689	0,5019	0,2390	0,4762	0,2152

Характер изменения значения этих коэффициентов, применительно к трехступенчатым двухпоточным редукторам нового конструктивного исполнения с общими передаточными отношениями $u_z=64; 91,25$ и 125 , показаны в номограмме.

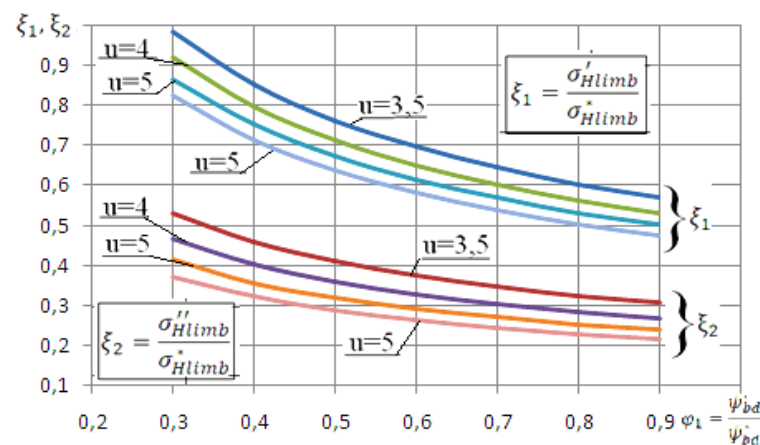


Рисунок – Номограмма определения оптимальных значений коэффициентов, характеризующих контактные напряжения и ширины шестерен промежуточной и быстроходной ступеней нового конструктивного решения трехступенчатого двухпоточного цилиндрического редуктора

Выводы и рекомендации. Установлены аналитические зависимости между передаточным отношением, коэффициентом ширины шестерни и контактным напряжением для всех ступеней трехступенчатого цилиндрического зубчатого редуктора на двух валах с использованием метода множителей Лагранжа. Из приведенного решения оптимизационной задачи очевидна необоснованность произвольного, интуитивного подбора передаточного отношения, коэффициента ширины шестерни и контактного напряжения для ступеней редуктора. При этом задача подбора варьируемых параметров приводит к многовариантным решениям. Согласно принятого критерия оптимизации, функциональных и параметрических ограничений выбор оптимальных значений параметров, характеризующих металлоемкость, а, следовательно, технический уровень нового конструктивного решения трехступенчатого редуктора имеет важное

практическое значение на стадии проектирования новой техники. На основании результатов численного эксперимента и стендовых испытаний установлено, что при выборе оптимальных параметров технический уровень предложенного нового конструктивного решения трехступенчатого двухпоточного редуктора, согласно вышеизложенным расчетным зависимостям, соответствует лучшим (рекордным) мировым образцам. Редуктор может быть успешно использован в качестве передаточного механизма в механических приводах скважинных насосов. При этом повышаются на 7,4% уровень надежности и до 10% к.п.д. редуктора.

Список литературы: 1. Редукторы энергетических машин: Справочник / Б.А.Балашов, Р.Р.Гальпер, Л.М.Гаркави и др. Под общ. ред. Ю.А.Державца. – Л.: Машиностроение, 1985. – 232с. 2. Иж.МСК Редукторы для станков-качалок. 3. Редукторы для станков-качалок шевронные трехступенчатые типа ЦЗНШ-450. <http://www.izhmsk.udm.ru/rstk.htm>. 4. Решетов Д.Н. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1974. – 655с. 5. Иосилевич Г.Б. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с. 6. Абдуллаев А.И., Наджафов А.М. Механический привод скважинных насосов // Евразийский Патент №012103, F04B47/02, Москва/Россия, 28.08.2009. – 10с. 7. Абдуллаев А.И., Наджафов А.М. и др. Создание и оценка технического уровня пакетного редуктора // Сбор. докл. международного конгресса "Механика и трибология транспортных систем 2003". – Ростов-на-Дону, 2003. – С.14-17. 8. Наджафов А.М. Поисковое конструирование механического привода штанговых насосов. – Баку: "Элм", 2008. – 256с.

Поступила в редколлегию 30.05.12

УДК 621.83

Д.Т. БАБИЧЕВ, д.т.н., профессор каф. "Прикладная механика" ТюмГНГУ, Тюмень, Россия;
М.Г. СТОРЧАК, к.т.н., научный сотрудник ИМВ ШУ, Штуттгарт, Германия;
Д.А. БАБИЧЕВ, аспирант каф. ТТС ТюмГНГУ

ОСНОВЫ СИНТЕЗА ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ, ОБЛАДАЮЩИХ ПОВЫШЕННОЙ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТЬЮ

Перечислены основные положения, реализуемые в создаваемой методике и программном обеспечении для оптимизационного синтеза профилей зубьев цилиндрических передач, в которых нагрузочная способность по критерию контактной прочности зубьев будет наибольшей. Методика основана на всестороннем анализе пространства плоских зацеплений по С.А. Лагутину и учитывает двойственность задачи синтеза: в каждой точке пространства зацепления одному заданному значению контактных напряжений отвечают две пары сопряженных профилей.

Перелічені головні положення, що реалізовані у створеній методиці та програмному забезпеченні для оптимізаційного синтезу профілів зубів циліндричних передач, в якій навантажувальна здатність по критерію контактної міцності буде найбільшій. Ця методика побудована на всебічному аналізі простору плоских зчеплень по С.А. Лагутіну та враховує двоїстість завдання синтезу: в кожній точці простору єдиному заданому значенню контактного напруження відповідають дві пари сполучених профілів.

There are the main provisions that are the basis being created method for optimization synthesis of spur gear profile tooth in computer system, that support such synthesis. Based on the developed concepts subsequently will be created an interactive method for optimization of geometrical synthesis spur gear that have load capacity by the criteria of contact strength of tooth will be higher or equal.

1. Постановка проблемы и актуальность задачи. Зубчатые передачи – основа механического привода большинства машин. Проектирование и изготовление передач с повышенной нагрузочной способностью – актуальная для машиностроения задача. Весьма привлекательным способом повышения нагрузочной способности зубчатых передач является совершенствование их геометрии, т.к. позволяет: из тех же материалов и при той же точности изготовления получить передачу с меньшими габаритами и весом. Для цилиндрических передач, являющихся самыми распространенными в машинах, это, в частности, поиск профилей зубьев, при которых контактные напряжения вдоль всей линии зацепления минимальны. Проблеме поиска оптимальных профилей зубьев, посвящено большое количество работ, которые можно разделить на две группы: а) посвященные совершенствованию геометрии передач с профилями известных типов (прежде всего эвольвентных); б) посвященных поиску и исследованию новых видов профилей зубьев, обладающих повышенной нагрузочной способностью, например [1-3].

В настоящее время отсутствуют методики и их программная реализация для синтеза *новых видов профилей* зубьев, обладающих повышенной нагрузочной способностью. Устранению названного недостатка и посвящена представленная работа, в которой рассматриваются принципиальные вопросы создания современной методики оптимизационного синтеза цилиндрических передач, опирающейся на детальный анализ свойств пространства проектируемого плоского зацепления. Одновременно обсуждаются вопросы разработки соответствующего программного обеспечения этой методики.

2. Методы повышения нагрузочной способности передач. Для её повышения используют следующие приёмы:

- Увеличение приведенного радиуса кривизны в контакте зубьев, достигаемое оптимизацией профилей зубьев, что снижает контактные напряжения.
- Снижение величины силы в зацеплении за счет применения передач с торцовым коэффициентом перекрытия $\varepsilon_\alpha > 2$.
- Проектирование колес с несимметричными зубьями, способствующее снижению контактных и изгибных напряжений в передаче.
- Модификация профилей на участках их пересопряжения, обеспечивающая снижение сил соударения зубьев в начальный момент их контакта, позволяющая уменьшить виброактивность зацепления.
- Локализация контакта в передаче за счет модификации зубьев.
- Перераспределения усилий при многопарном касании или на участках пересопряжения (с учетом деформаций зубьев под нагрузкой) и увеличение приведенных радиусов кривизны в той части профилей, где они малы, путем соответствующей корректировки и модификации профиля зуба.
- Получение замкнутой линии контакта для "защемления" масла в замкнутом объеме, чтобы передавать усилие с зуба на зуб и через масляную подушку [4].

При разработке методики основным критерием для оценки нагрузочной способности передач выбрана контактная прочность рабочих поверхностей зубьев.

3. Основы синтеза передач с высокой контактной прочностью. С математической точки зрения поиск формы рабочих поверхностей зубьев, обеспечивающих наибольшую нагрузочную способность, есть классическая задача оптимизации: *найти параметры \mathbf{x} , определяющие форму и размеры рабочих поверхностей зубьев, при которых функция качества $F(\mathbf{x}) \rightarrow \max (\min)$, и при этом выполняется ряд ограничений в форме неравенств $P_i(\mathbf{x}) \geq 0$ $\{i=1, 2, \dots n\}$ и равенств $Q_j(\mathbf{x})=0$ $\{j=1, 2, \dots r\}$* . Заметим, что всегда функция качества $F(\mathbf{x})$ и большинство функций ограничений $P_i(\mathbf{x})$ и $Q_j(\mathbf{x})$ являются нелинейными. Решать эту задачу численными методами нелинейного программирования очень сложно.

Одно из перспективных направлений методов оптимизационного синтеза поверхностей зубьев, обладающих максимальной нагрузочной способностью – их синтез, основанный на анализе пространства зацепления [5-7]. Но практическое использование этого метода затруднено сложностью восприятия и графического отображения тех свойств пространства зацепления, которые зависят от кривизны контактирующих поверхностей (как для каждой точки трёхмерного пространства изобразить показатель качества, являющийся функцией четырёх переменных [8]: двух радиусов кривизны R_1 и R_2 , радиуса геодезического кручения R_k и направления линии зуба β ?).

Нам удалось для пространства *плоских* зацеплений разработать методику визуализации главного критерия нагрузочной способности – контактной прочности. Это позволяет наглядно отображать любые качественные показатели, зависящие от кривизны синтезируемого профиля. В качестве примера, на рисунке 1 изображено поле приведенного радиуса кривизны в одной четверти пространства плоского зацепления при заданном значении контактных напряжений.

Пример расчета выполнен для следующих параметров синтезируемой передачи:

- | | |
|--|---|
| – мощность на шестерне $P_1=100\text{кВт}$; | – передаточное число $u=2$; |
| – межосевое расстояние $a_w=100\text{мм}$; | – ширина колеса $b_2=30\text{ мм}$; |
| – частота вращения шестерни $n_1=4000\text{об/мин}$; | – угол наклона линии зуба $\beta=0^\circ$; |
| – торцовый коэффициент перекрытия $1 < \varepsilon_\alpha < 2$ | – контактные напряжения $\sigma_H=1000\text{МПа}$; |
| – полюс W находится в зоне однопарного зацепления. | |

В верхней части рисунка 1 изображена схема передачи и диаграмма изменения приведенного радиуса кривизны ρ_{pr} контактирующих профилей в виде линий равного уровня этих ρ_{pr} . В нижней части на рисунке 1 дана диаграмма приведенного радиуса кривизны в виде поверхности. Для лучшей наглядности диаграмм, радиусы кривизны в зоне, близкой к межосевой линии, срезаны на значении $\rho_{pr}=30\text{мм}$.

Важное для понимания разработанной методики положение: при указанных выше параметрах проектируемой передачи *и при контактных напряжениях, равных $\sigma_H=1000\text{МПа}$ на всей искомой линии зацепления, приведенный радиус кривизны в зацеплении должен изменяться по закону, изображенному на рисунке 1.*

Поясним, почему при постоянных контактных напряжениях $\sigma_H=\text{const}$, поле приведенных радиусов кривизны оказалось линейчатой поверхностью.

Контактные напряжения σ_H (по Герцу) зависят от двух параметров: от приведенного радиуса кривизны ρ_{pr} и от силы в зацеплении F_n , приходящейся на единицу длины линии контакта. Сила же F_n зависит, в свою очередь, от окружной силы, которая в решаемой задаче постоянна, и от угла зацепления α , который зависит от положения точки в пространстве зацепления. При этом линии равного уровня для α проходят через полюс зацепления. Поэтому и линии равного уровня контактных напряжений σ_H есть такие же прямые, проходящие через полюс зацепления. Из этого пояснения следует, что поля ρ_{pr} на рисунке 1 не очень информативны. Более содержательными являются поля изменения радиусов кривизны профилей зубьев шестерни ρ_1 и колеса ρ_2 , соответствующие полю приведенных радиусов кривизны ρ_{pr} . Такие поля изображены на рисунках 2 и 3.

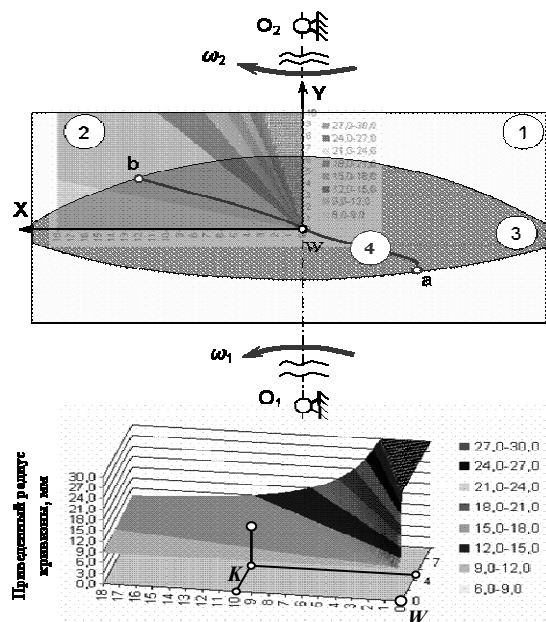


Рисунок 1 – Поле приведенных радиусов кривизны в зацеплении при заданных контактных напряжениях между зубьями: 1 – исследуемое (отображаемое) пространство плоского зацепления; 2 – четверть пространства зацепления с картиной изменения ρ_{pr} ; 3 – искомая зона зацепления; 4 – синтезируемая линия зацепления ab

При вычислении ρ_1 и ρ_2 и при их визуализации в пространстве плоских зацеплений, выявилась двойственность задачи поиска сопряженных профилей, обладающих заданной приведенной кривизной в точках их касания: одни и те же контактные напряжения можно получить при двух разных парах сопряженных профилей: одна пара с большими (по модулю) радиусами кривизны ρ_1 и ρ_2 ; другая пара – с малыми ρ_1 и ρ_2 (при выраженном выпукло-вогнутом контакте зубьев). Малые ρ_1 и ρ_2 показаны на рисунке 2 (пара №1). Большие ρ_1 и ρ_2 – на рисунке 3 (пара №2), где изображен лишь фрагмент пространства зацепления для пары профилей. При этом его размеры уменьшены с 18×10 мм до $4,5 \times 2,5$ мм и значения радиусов кривизны срезаны до ± 30 мм. На рисунке 3 видны разрывы второго рода: радиусы кривизны изменяются от $+\infty$ до $-\infty$, что соответствует переходу через ноль кривизны $k=1/\rho$. В таких случаях большей наглядностью обладают изображения полей кривизны – см. рисунок 4 для той же пары профилей №2.

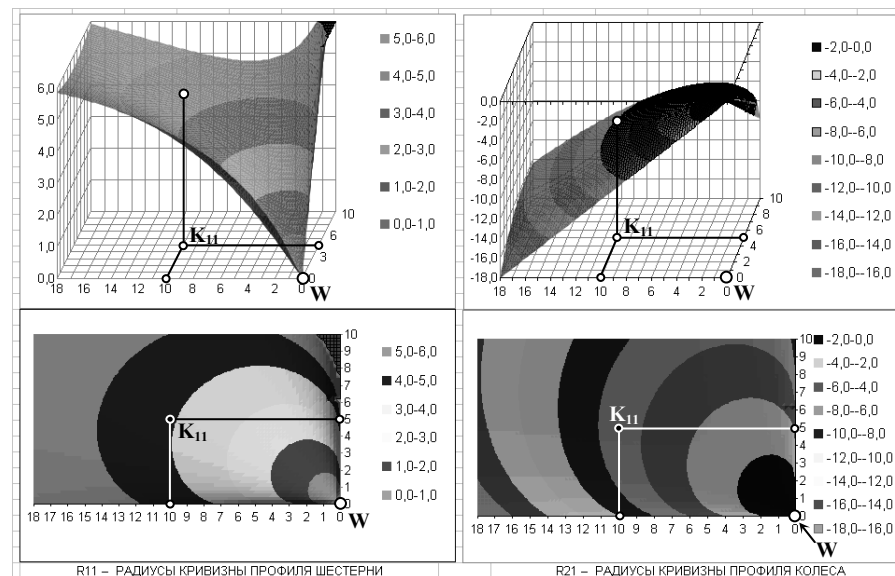


Рисунок 2 – Поля радиусов кривизны профилей шестерни и колеса (пара №1)

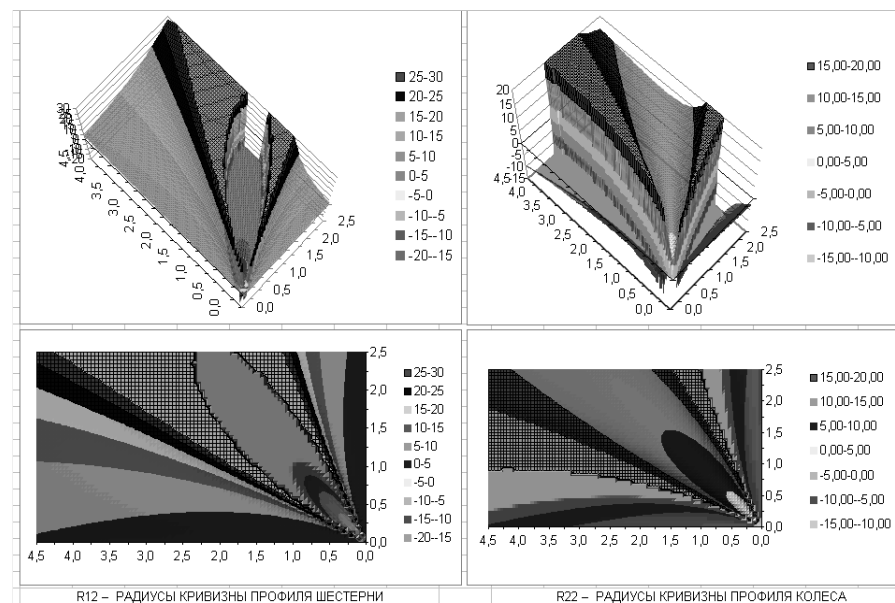


Рисунок 3 – Поля радиусов кривизны профилей шестерни и колеса (пара №2)

Поля радиусов кривизны (рисунки 1-3) и поля кривизны (рисунок 4) позволяют для заданного уровня контактных напряжений решать следующие две задачи.

Задача 1. Нахождение всех радиусов кривизны (и кривизн) в любой точке пространства плоского зацепления. Так, для точки с координатами $x=10\text{мм}$ и $y=5\text{мм}$ (см. верх на рисунке 1) находим: **а)** на рисунке 1 внизу – значение приведённого радиуса кривизны $\rho_{pr}=9,79\text{мм}$; **б)** на рисунке 2 – значения радиусов кривизны шестерни $R_{11}=4,097\text{мм}$ и колеса $R_{21}=7,045\text{мм}$ для пары №1 сопряженных профилей (при малых радиусах кривизны); **в)** на рисунке 4 – значения кривизны шестерни $1/R_{12}=27,07\text{мм}$ и колеса $1/R_{22}=15,34\text{мм}$ для пары №2 сопряженных профилей (при больших радиусах кривизны). Заметим, что приведённые числовые значения взяты не с диаграмм, а из компьютерных таблиц. Сами же диаграммы предназначены, в основном, для оценки пользователем общего характера изменения кривизн.

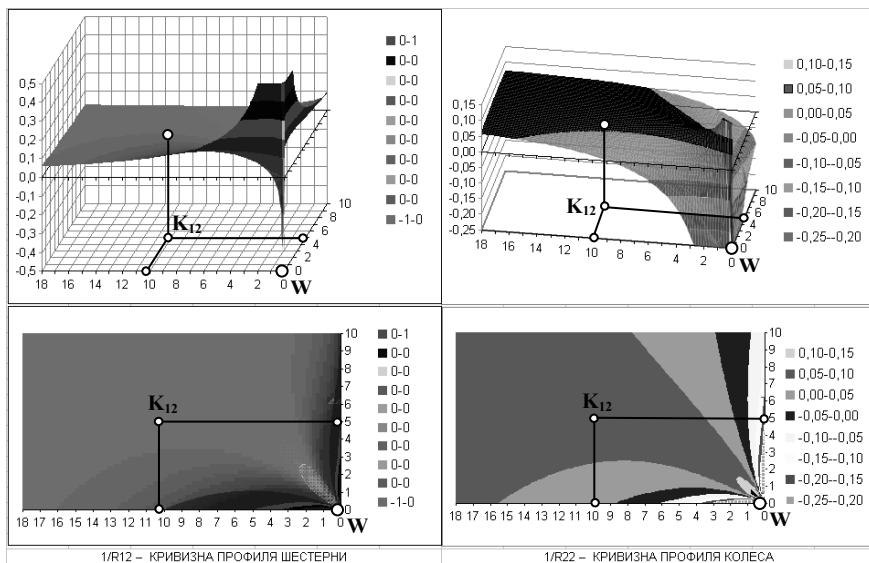


Рисунок 4 – Поля кривизны профилей шестерни и колеса (пара №2)

Задача 2. Оценка закономерностей изменения кривизн и радиусов кривизны по всему пространству плоского зацепления, без чего практически невозможна разработка надёжных алгоритмов синтеза профилей зубьев, т.е. алгоритмов поиска такой линии зацепления, которая обеспечит требуемый закон изменения контактных напряжений вдоль синтезируемых отрезков этой линии зацепления.

Разработка математического обеспечения и алгоритмов, а также создание программы, посредством которой построены диаграммы, приведенные на рисунках 1-4, выполнялись с использованием работы [9]. В ней содержатся основные научные положения и сведения о сопряженных профилях: а) основной закон зацепления $V_{12} \cdot n = 0$; б) уравнение Эйлера-Савари; в) положение о том, что в полюсе зацепления W контактные напряжения σ_H зависят лишь от угла зацепления α_w , но не от кривизны каждого из сопряженных профилей;

д) формула Герца-Беляева и т.п. Кроме того, при разработках применены знания и положения о поиске поверхностей с максимальной нагрузочной способностью, лимитируемой контактными напряжениями σ_H , изложенные в [8]: а) показатель *удельная работа рабочих поверхностей* A_F – локальный критерий, ориентированный на поиск поверхностей, обладающих наибольшей контактной прочностью; б) *фундаментальное свойство кинематических пар*: "Чем ближе контакт элементов высшей кинематической пары к поверхностному, тем большую работу (мощность) способна передавать кинематическая пара на единицу суммарной площади её рабочих поверхностей"; в) *две гипотезы о методике задания геометрии сопряженных поверхностей* при синтезе передач с высокой контактной прочностью; г) знание о том, что вне полюса W теоретически можно получить сопряженные профили со сколь угодно малыми напряжениями σ_H .

4. Принципы синтеза профилей зубьев цилиндрических передач.

Ниже перечислены основные принципы, которые положены в основу разработки системы оптимизационного синтеза и его программного обеспечения.

Принцип 1. Универсальность – возможность синтеза передач различного вида: а) с торцовым коэффициентом перекрытия $\varepsilon_\alpha > 2$; б) внешнего, внутреннего и торцового зацеплений; в) с несимметричными зубьями; г) "обычные", а также с до- и заплоскостными зацеплениями.

Принцип 2. Исходные данные для синтеза. При оптимизационном синтезе профилей зубьев в конкретной передаче пользователь должен работать с привычными критериями и параметрами: контактными напряжениями, мощностью, числом оборотов и т. п. Поэтому исходными данными должны быть все существенные параметры проектируемой передачи – как при проверочных расчетах.

Принцип 3. Главным критерием нагрузочной способности выбраны контактные напряжения σ_H по Герцу. При этом возможно использование и других критериев, зависящих от радиусов кривизны в зацеплении. Например, критериев несущей способности масляной плёнки, а также критериев холодного и горячего заедания. При синтезе должны учитываться и многие другие показатели, как широко применяемые (например, коэффициент перекрытия), так и специально созданные для решения задач синтеза (показатели для фазы вступления зубьев в контакт [10], виброактивность сил трения зубьев [11], параметры чувствительности к изменению межосевого расстояния и другие).

Принцип 4. При синтезе различаются три вида участков линии зацепления. Это основной участок: однопарного зацепления при $\varepsilon_\alpha < 2$ и двухпарного при $2 < \varepsilon_\alpha < 3$. И два участка пересопряжения: **а)** начала зацепления; **б)** окончания зацепления.

Принцип 5. Синтез различных видов участков линии зацепления выполняется, в общем случае, по отдельности и, возможно, при использовании разных критериев и ограничений. Основные участки профилей синтезируются из условия заданного закона изменения σ_H вдоль линии зацепления, и, прежде всего, из условия $\sigma_H = \text{const}$. Вблизи полюса зацепления имеются участки с особыми свойствами пространства плоского зацепления. Это следует учитывать при раз-

работке общей методики синтеза и при создании отдельных алгоритмов.

Принцип 6. Двойственностью задачи синтеза пользователь управляет, задавая один из следующих критериев выбора одного из двух корней для радиуса кривизны профиля шестерни или колеса: а) наибольшего или наименьшего (по модулю); б) того корня, для которого приращение коэффициента перекрытия $\Delta \varepsilon_\alpha$ для единицы длины профиля на головке зуба шестерни (колеса) будет большим или меньшим; с) того корня, для которого указанный коэффициент чувствительности к изменению межосевого расстояния a_w будет наименьшим (прежде всего необходимо учитывать влияние Δa_w на изменение передаточного отношения i_{12}).

Принцип 7. Главными исходными параметрами для синтезируемых участков линии зацепления и соответствующих им участков сопряженных профилей должны быть (по выбору пользователя): а) длина участка профиля головки зуба шестерни (колеса); или б) длина участка линии зацепления; или с) коэффициент перекрытия ε_α , соответствующий синтезируемым отрезкам: линии зацепления и профилям.

Принцип 8. Главный результат синтеза – профиль зуба шестерни или колеса (по выбору пользователя) есть "уравнение" производящего элемента с естественной криволинейной координатой, а не массив координат его точек $\{x_i, y_i\}$, проекций ортов нормалей $\{n_{xi}, n_{yi}\}$ и кривизн $\{R_i$ или $k_i=1/R_i\}$. Это позволяет просто и точно вычислять однозначно все перечисленные выше в этом абзаце параметры для любой точки профиля, задавая положение точки на профиле расстоянием вдоль профиля от расчетной точки. И использовать найденные параметры для решения основной задачи теории зацеплений [9] – нахождения точек сопряженного профиля и качественных характеристик зацепления.

Принцип 9. Разработка детальных алгоритмов оптимизационного синтеза должна выполняться на основе анализа того, как изменяются все значимые локальные качественные показатели по всему пространству плоских зацеплений.

Принцип 10. Изготовление синтезируемых профилей первоначально осуществить методами, изложенными в работах [12] и [13].

5. Этапы синтеза, последовательность и состояние разработки. Синтез включает: **Этап 1.** Синтез оптимальных рабочих участков профилей, в том числе с заданием толщины зубьев S_a . **Этап 2.** Синтез переходных кривых с минимизацией изгибных напряжений. **Этап 3.** Модификация профилей, с учетом деформаций и погрешностей в передаче. **Этап 4.** Проектирование техпроцесса и инструментов.

В представленной работе речь идёт об этапе 1 – разработке методики и программного обеспечения для оптимизационного синтеза профилей зубьев цилиндрических передач. Последовательностью выполнения этапа 1 разработки являются:

1. Построение и анализ полей всех значимых качественных показателей; синтезирование новых качественных показателей. 2. Синтез отдельных участков линии зацепления и участков профилей, обладающих заданными свойствами. 3. Синтез профилей зубьев с заданным характером изменения качественных пока-

зателей вдоль синтезируемой линии зацепления; изготовление; испытание. 4. Оптимизационный синтез сопряженных профилей; изготовление; испытание.

В настоящее время, в основном, выполнены работы пункта 1 и ведутся работы по созданию программного обеспечения для пункта 2. Создан и отлажен минимальный набор компьютерных программ, позволяющий строить поля и графики нескольких качественных показателей (см. рисунки 1-4), и синтезировать отдельные участки: линии зацепления, профилей зубьев шестерни и колеса, а также отрезки на исходном контуре рейки – см. рисунок 5. На нем показаны фрагменты линии зацепления и трех сопряженных профилей (шестерни, рейки и колеса). На каждой из этих четырех линий по два вида участков: с напряжениями на них $\sigma_H=1000\text{МПа}$ (выходят из полюса зацепления W), и с $\sigma_H=600\text{МПа}$ (присстыкованы к ним). На рисунке 6 изображено, как изменяется кривизна (шестерни, колеса и приведенная) в точке контакта зубьев при вращении колес. На рисунке 7 представлено как изменяются (в зависимости от расстояния точки от полюса W) радиусы кривизны профилей шестерни и колеса, которые показаны на рисунке 5. Видно, что профиль колеса на участке с $\sigma_H=600\text{МПа}$ имеет перегиб, и его радиус кривизны R уходит в $\pm\infty$.

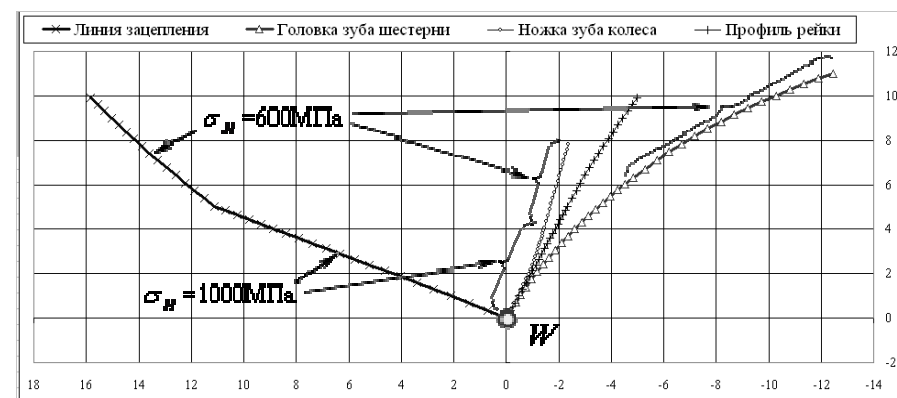


Рисунок 5 – Пример синтеза участков линии зацепления и сопряженных профилей

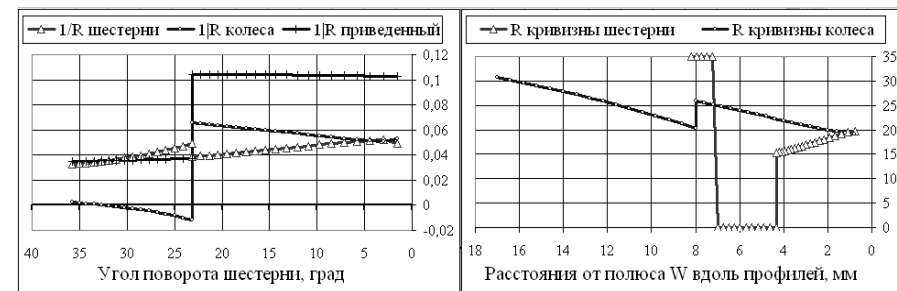


Рисунок 6 – Кривизны профилей

Рисунок 7 – Радиусы кривизны профилей

Выводы:

1. Разработана методика и создан начальный пакет программ, позволяющий: строить в пространстве плоских зацеплений поля основных качественных показателей, соответствующих заданному уровню контактных напряжений в цилиндрической прямозубой передаче. Методика позволяет строить в пространстве плоских зацеплений поля любых локальных качественных показателей, зависящих, в том числе, и от кривизны сопряженных профилей.
2. Выявлена двойственность задачи поиска сопряженных профилей, обладающих заданной приведенной кривизной в точках их касания: одни и те же контактные напряжения можно получить при двух разных парах сопряженных профилей: одна пара с большими (по модулю) радиусами кривизны, другая пара – с малыми.
3. Сформулированы принципы основ системы оптимизационного синтеза профилей зубьев. Один из самых важных принципов – синтез профилей зубьев нужно проводить раздельно по фазам зацепления: на участках пересопряжения, вблизи полюса зацепления, в фазе однопарного зацепления (или в фазе двухпарного при торцовом коэффициенте перекрытия $\varepsilon_\alpha > 2$).
4. Разработаны математические модели и алгоритмы синтеза профилей зубьев с заданным законом изменения контактных напряжений σ_H вдоль синтезируемой линии зацепления. Создана программа по синтезу профилей зубьев, обеспечивающих постоянное заданное значение контактных напряжений $\sigma_H = \text{const}$.
5. Приведены примеры полей качественных показателей для одной четверти пространства зацепления. Дан пример синтеза двух участков линии зацепления, и соответствующих им профилей, в этой четверти пространства зацепления.

Список литературы: 1. *Шицов В.П., Носко П.Л., Филь П.В.* Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганск: СТУ им. Даля, 2006. – 408с. 2. *Павлов А.И.* Современная теория зубчатых зацеплений. Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 3. *Воронцов Б.С.* Математическое обеспечение интерактивного синтеза передач зацеплением // Вестник НТУ "ХПИ". Сб. научн. тр. Тем. вып. "Проблемы механического привода". – Харьков, 2010. – №27. – С.49-54. 4. *Коростелёв Л.В., Лагутин С.А.* Синтез зубчатых передач с замкнутой линией контакта // Машиноведение. – 1969. – № 6. – С.44-50. 5. *Лагутин С.А.* Пространство зацепления и его элементы // Машиноведение. – 1987. – №4. – С.69-75. 6. *Коростелёв Л.В., Иванов Г.А., Лагутин С.А.* Синтез зубчатых зацеплений с помощью метода геометрических мест // Тр. III Всесоюз. симпоз. "Теория и геометрия пространственных зацеплений". – Курган, 1979. – С.3-4. 7. *Лагутин С.А.* Пространство зацепления и синтез червячных передач с локализованным контактом // Тр. междунар. конф. "Теория и практика зубчатых передач". – Ижевск, 1998. – С.185-192. 8. *Бабичев Д.Т.* Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометро-кинематических представлений: дисс... докт.техн.наук. – Тюмень, 2005. – 421с. (Автореф. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2005. – 47с.). 9. *Литвин Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 10. *Babichev D.A., Serebrennikov A.A., Babichev D.T.* Qualitative indexes of flat engagements operation. The 7th international Conference and Research and Development of mechanical Elements and Systems: IRMES 2011: 8.8. Zlatibor, Serbia. 2011. p.623-630. 11. *Бабичев Д.А.* Виброактивность цилиндрических передач, обусловленная трением зубьев // Современное машиностроение. Наука и образование // Сб. докл. междунар. конф. – Санкт-Петербург, 2011. – С.143-152. 12. *Krivosheya, A.V.; Storchak, M.G.; Danilchenko, Yu.M.; Pasternak, S.I.* Formgebung von Zahnradern mit Scheibenwerkzeugen. Modern Technologies in Engineering. Internationaler wissenschaftlich-technischer Sammelband der NTUU "KhPI". Kharkov, 2007, Nr.15, S.120-133. 13. *Heisel, U.; Danilchenko, Yu.; Pasternak, S.; Storchak, M.; Schaal, M.* Modellieren des Verzahnens mit Scheibenwerkzeugen. Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb (2010), Nr.7-8/2010, S.649-654.

Поступила в редакцию 11.05.12

УДК 621.833

А.Ю. ВАСИЛЬЕВ, младший научный сотрудник каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", Харьков;
А.В. ГРАБОВСКИЙ, к.т.н., младший научный сотрудник каф. ТММ и САПР;
А.В. МАРТЫНЕНКО, младший научный сотрудник каф. ТММ и САПР;
Д.С. МУХИН, бакалавр комп. наук, студент каф. ТММ и САПР;
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР

СОПОСТАВЛЕНИЕ РАСЧЕТОВ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ ПО ФОРМУЛЕ ГЕРЦА И МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В статье рассмотрены наиболее распространенные способы нахождения контактных напряжений в зубчатом зацеплении: формула Герца и метод конечных элементов (МКЭ). На примере зубчатой пары с конкретными характеристиками были проведены расчеты по нахождению уровней напряжений. Проведен анализ и сравнение результатов расчетов. Предложен подход к выбору рациональных параметров математической модели на базе МКЭ, обеспечивающий баланс точности и скорости.

У статті розглянуті найбільш поширені засоби знаходження контактних напружень у зубчастому зацепленні: формула Герца та метод скінченних елементів (МСЕ). На прикладі зубчастої пари з конкретними характеристиками були проведені розрахунки по знаходженню рівнів напруження. Проведено аналіз і порівняння результатів розрахунків. Запропоновано підхід до вибору раціональних параметрів математичної моделі на базі МСЕ, що забезпечує баланс точності і швидкості.

In this article most widespread methods for contact stress finding in tooth gearing are observed: the Hertz formula and the Finite Elements Method (FEM). On an example of gear pair with concrete characteristics calculations of the contact stresses levels have been carried out. The analysis and comparison of calculations results are made. The approach to a choice of rational parameters of mathematical model on the basis of FEM, providing balance of accuracy and speed is offered.

Актуальность проблемы. Наиболее распространенными вариантами расчета контактной прочности зубчатых передач на данный момент являются методики, основанные на формуле Герца [1], например, по ГОСТ 21354-87 [2]. Также последнее время все шире применяют анализ контактного взаимодействия зубьев методом конечных элементов (МКЭ). В отличие от формулы Герца МКЭ позволяет получить полную и достоверную картину распределения деформаций и напряжений по поверхности контакта и в глубине зуба, однако требует значительных временных затрат и достаточно мощных компьютеров. Поэтому возникает актуальная задача сопоставления результатов расчетов этими методами.

Цель и постановка задачи. Задача работы заключается в нахождении контактных напряжений в зацеплении цилиндрической прямозубой передачи двумя методами, сравнении результатов расчетов и выработке рекомендаций по применимости методов. В ходе выполнения работы были рассмотрены: метод, основанный на формуле Герца [2] и метод конечных элементов [3]. Далее каждый из них описан более детально.

Характеристики и условия работы зубчатого зацепления. Для расчета была выбрана зубчатая пара с геометрическими параметрами, приведенными в таблице 1. Исходные данные по нагружению передачи приведены в таблице 2.